

## సగటు-5

### సగటులు - కొన్ని ధర్మాలు

అంకమధ్యమం, గుణమధ్యమం, హరాత్మక మధ్యమాలకు సంబంధించి కొన్ని ధర్మాల గురించి చర్చిద్దాం.

**అంకమధ్యమం:**

$X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ ల అంకమధ్యమం =  $x$  అనుకుంటే అప్పుడు

i)  $X_1+k, X_2+k, X_3+k, \dots, X_n+k$ ల అంకమధ్యమం =  $x+k$  అంటే దత్తాంశంలోని ప్రతి రాశి ఒక

స్థిరసంఖ్యను కలిపితే వాటి అంకమధ్యమానికి కూడా అదే స్థిరసంఖ్యను కలపాలి.

ii)  $X_1-k, X_2-k, X_3-k, \dots, X_n-k$ ల అంకమధ్యమం =  $x-k$

iii)  $kX_1, kX_2, kX_3, \dots, kX_n$ ల అంకమధ్యమం =  $kx$

iv)  $\frac{X_1}{k}, \frac{X_2}{k}, \frac{X_3}{k}, \dots, \frac{X_n}{k}$  ల అంకమధ్యమం =  $\frac{x}{k}$

v) దత్తాంశంలోని ప్రతి రాశి  $k$  శాతం పెరిగినా లేదా తగ్గినా వాటి అంకమధ్యమం కూడా  $k$  శాతం పెరుగుతుంది లేదా తగ్గుతుంది.

**ఉదా:** ఒక కంపెనీలో పని చేసే కొద్దిమంది ఉద్యోగుల సగటు జీతం ₹ 8000 అనుకోండి. అప్పుడు

i) ప్రతి ఉద్యోగి వేతనం రూ. 500 పెరిగిందనుకుంటే, మారిన సగటు వేతనం =  $8000 + 500 = ₹ 8,500$ .

ii) ప్రతి ఉద్యోగి వేతనం ₹ 300 తగ్గిందనుకుంటే, అప్పుడు మారిన సగటు వేతనం =  $8000 - 300 = ₹ 7700$ .

iii) ప్రతి ఉద్యోగి వేతనం రెట్టింపైందనుకుంటే, అప్పుడు మారిన సగటు వేతనం =  $2 \times 8000 = ₹ 16,000$ .

iv) ప్రతి ఉద్యోగి వేతనం సగమైందనుకుంటే, అప్పుడు మారిన సగటు వేతనం =  $8000/2 = ₹ 4,000$ .

v) ప్రతి ఉద్యోగి వేతనం 10 శాతం పెరిగిందనుకుంటే, అప్పుడు మారిన సగటు వేతనం =  $8000 \times (100+10)/100 = ₹ 8,800$ .

**గుణమధ్యమం:**

$X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ ల గుణమధ్యమం =

$\bar{x}$  అనుకుంటే,

i)  $kx_1, kx_2, kx_3, \dots, kx_n$  ల గుణమధ్యమం =  $k\bar{x}$

అంటే దత్తాంశంలోని ప్రతి రాశిని ఒక స్థిరసంఖ్యతో గుణిస్తే, వాటి గుణమధ్యమాన్ని కూడా అదే స్థిరసంఖ్యతో గుణించాలి.

ii)  $\frac{x_1}{k}, \frac{x_2}{k}, \frac{x_3}{k}, \dots, \frac{x_n}{k}$  ల గుణమధ్యమం =  $\frac{\bar{x}}{k}$

iii)  $\frac{1}{x_1}, \frac{1}{x_2}, \frac{1}{x_3}, \dots, \frac{1}{x_n}$  ల గుణమధ్యమం =  $\frac{1}{\bar{x}}$

iv)  $x_1^k, x_2^k, x_3^k, \dots, x_n^k$  ల గుణమధ్యమం =  $(\bar{x})^k$

హరాత్మకమధ్యమం:

$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  ల హరాత్మక మధ్యమం =  $\bar{x}$  అనుకుంటే, అప్పుడు

i)  $kx_1, kx_2, kx_3, \dots, kx_n$  ల హరాత్మకమధ్యమం =  $k\bar{x}$

ii)  $\frac{x_1}{k}, \frac{x_2}{k}, \frac{x_3}{k}, \dots, \frac{x_n}{k}$  ల

హరాత్మక మధ్యమం =  $\frac{\bar{x}}{k}$

దత్తాంశంలోని రాశుల ప్రమాణాల ప్రభావం ఆయా రకాల సగటులపై ఎలా ఉంటుందో ఉదాహరణల ద్వారా చర్చిద్దాం.

ఉదా: ఒక తరగతిలోని విద్యార్థుల బరువులను కిలోల్లో, గ్రాముల్లో నమోదు చేశారు. ఐతే బరువుల ప్రమాణాల ప్రభావం అంకమధ్యమం, గుణమధ్యమం, హరాత్మక మధ్యమాలపై ఉంటుందో, లేదో కనుక్కోండి.

సమాధానం: తరగతిలోని విద్యార్థుల బరువులను కిలోలతో నమోదు చేస్తే ఈ విధంగా ఉన్నాయనుకోండి.  $w_1, w_2, w_3, \dots, w_n$  కిలోలు

ఈ బరువుల అంకమధ్యమం = బరువుల మొత్తం / బరువుల సంఖ్య

=  $w_1 + w_2 + w_3 + \dots + w_n / n$  కిలోలు

=  $w_a$  కిలోలు అనుకోండి

=  $1000 w_a$  గ్రాములు .....(1)

( $\therefore$  1 కిలో = 1000 గ్రాములు)

ఈ బరువుల గుణమధ్యమం =

(బరువుల లబ్ధం)<sup>1/బరువుల సంఖ్య</sup>

$$= (w_1 \cdot w_2 \cdot w_3 \dots w_n)^{1/n}$$

కిలోలు =  $w_g$  కిలోలు అనుకోండి

$$= 1000 w_g \text{ గ్రాములు .....(2)}$$

ఈ బరువుల హారాత్మక మధ్యమం =

బరువుల సంఖ్య/బరువుల వ్యత్రమాల మొత్తం

$$= \frac{n}{\frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2} + \frac{1}{w_3} + \dots + \frac{1}{w_n}}$$

కిలోలు =  $w_n$  కిలోలు అనుకోండి.

$$= 1000 w_n \text{ గ్రాములు .....(3)}$$

ఇప్పుడు విద్యార్థుల బరువులను గ్రాముల్లో నమోదు చేస్తే ఈ విధంగా ఉంటాయి.  $1000w_1$ ,  $1000w_2$ ,  $1000w_3, \dots, 1000w_n$  గ్రాములు.

ఈ బరువుల అంకమధ్యమం =  $1000w_1 + 1000w_2 + 1000w_3 + \dots + 1000w_n/n$

గ్రా.

$$1000 \times (w_1 \times w_2 \times w_3 \times \dots \times w_n) \text{ గ్రా.}$$

$$= 1000 w_a \text{ గ్రాములు .....(4)}$$

(1) 4 (4) ల నుంచి రెండు సందర్భాల్లో బరువుల అంకమధ్యమం సమానంగా వచ్చింది. అంటే బరువుల ప్రమాణాల ప్రభావం అంకమధ్యమంపై ఉండదని చెప్పవచ్చు. ఈ బరువుల గుణమధ్యమం

$$= (1000w_1 \times 1000w_2 \times 1000w_3 \times \dots \times w_n)^{1/n} \text{ గ్రా.}$$

$$= (1000^n \times w_1 \times w_2 \times w_3 \times \dots \times w_n)^{1/n} \text{ గ్రా.}$$

$$= 1000 \times (w_1 \times w_2 \times w_3 \times \dots \times w_n)^{1/n} \text{ గ్రాములు.}$$

$$= 1000 w_g \text{ గ్రాములు ..... (5)}$$

(2), (5)ల నుంచి బరువుల ప్రమాణాల ప్రభావం గుణమధ్యమంపై కూడా ఉండదని చెప్పొచ్చు.

ఈ బరువుల హారాత్మక మధ్యమం

$$= \frac{n}{\frac{1}{1000w_1} + \frac{1}{1000w_2} + \frac{1}{1000w_3} + \dots + \frac{1}{1000w_n}} \text{ గ్రాములు}$$

$$= 1000 \times \frac{n}{\frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2} + \frac{1}{w_3} + \dots + \frac{1}{w_n}} \text{ గ్రాములు}$$

$$= 1000 W_n \text{ గ్రాములు..... (6)}$$

(3), (6)ల నుంచి బరువుల ప్రమాణాల ప్రభావం హఠాత్మక మధ్యమంపై కూడా ఉండదని చెప్పొచ్చు.

ఉదా: ఒక ధర్మామీటర్లో నమోదైన ఉష్ణోగ్రతల అంకమధ్యమాన్ని కనుక్కోవాలంటే, ఆ ఉష్ణోగ్రతలు ఏ ప్రమాణంలో (సెంటిగ్రేడ్లు లేదా ఫారెన్హీట్లు) ఉన్నా, వాటి ప్రభావం ఉండదు. అదే గుణమధ్యమాన్ని గణించేటప్పుడు ఉష్ణోగ్రతల ప్రమాణాల ప్రభావం ఉంటుందని నిరూపించండి?

సమాధానం: మొదట conversion సూత్రాన్ని పరిశీలిద్దాం. డిగ్రీ సెంటిగ్రేడ్లో ఉన్న ఉష్ణోగ్రతను డిగ్రీ ఫారెన్హీట్లలోకి మార్చాలంటే సూత్రం:

$$F = 32 + \frac{9}{5} \times C$$

మొదట ఉష్ణోగ్రతలను డిగ్రీ సెంటిగ్రేడ్లో నమోదు చేస్తే ఈ విధంగా ఉంటాయి.

$$C_1, C_2, C_3 \dots C_n$$

వీటి అంకమధ్యమం =

$$C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n / n$$

=  $\bar{C}$  డిగ్రీ సెంటిగ్రేడ్లు అనుకోండి

$$= 32 + \frac{9}{5} \times \bar{C}$$

డిగ్రీ ఫారెన్హీట్లు .....(1).

$$\text{వీటి గుణమధ్యమం} = (C_1 \cdot C_2 \cdot C_3 \dots C_n)^{1/n}$$

$C_g$  డిగ్రీ సెంటిగ్రేడ్లు అనుకొనండి.

$$= 32 + \frac{9}{5} \times C_g$$

డిగ్రీ ఫారెన్హీట్లు .....(2)

ఇప్పుడు ఉష్ణోగ్రతలను డిగ్రీ ఫారెన్ హీట్లలోకి ( $^{\circ}F$ ) నమోదు చేస్తే, వీటి అంకమధ్యమం

$$= \frac{32 + \frac{9}{5} \times C_1, 32 + \frac{9}{5} \times C_2, 32 + \frac{9}{5} \times C_3, \dots, 32 + \frac{9}{5} \times C_n}{n}$$

$$= \frac{32n + \frac{9}{5}(C_1 + C_2 + C_3 \dots + C_n)}{n}$$

$$= 32 + \frac{9}{5} \times \bar{C}$$

డిగ్రీ ఫారెన్హీట్లు .....(3)

(1), (3)ల నుంచి ఉష్ణోగ్రతల ప్రమాణాల ప్రభావం అంకమధ్యమంపై ఉండదని చెప్పొచ్చు. ఎందుకంటే (1), (3)ల్లో వచ్చిన అంకమధ్యమాలు రెండూ సమానం ఇప్పుడు పై ఉష్ణోగ్రతల

గుణమధ్యమం

$$= \left[ \left( 32 + \frac{9}{5} C_1 \right) \times \left( 32 + \frac{9}{5} C_2 \right) \times \dots \times \left( 32 + \frac{9}{5} C_n \right) \right]^{\frac{1}{n}}$$

డిగ్రీ ఫారెన్ హీట్లు .....(4)

(2), (4) ల్లో వచ్చిన ఉష్ణోగ్రతల గుణమధ్యమాలు రెండూ సమానం కావు. కాబట్టి ఉష్ణోగ్రతల ప్రమాణాల ప్రభావం గుణమధ్యమంపై ఉంటుందని చెప్పొచ్చు.

నోట్: ఒక రాశిని ఒక ప్రమాణం నుంచి మరో ప్రమాణానికి మార్చడానికి ఉపయోగించే conversion సూత్రంలో కేవలం గుణకారాలు ( $\times$ ), భాగాహారాలు ( $\div$ ) మాత్రమే ఉంటే ప్రమాణాల ప్రభావం అంకమధ్యమం, గుణమధ్యమం, హారాత్మక మధ్యమాలు వేటిపైనా ఉండదు.

ఉదా: 1) మీటర్లు, సెంటీమీటర్లు: 4 మీ|| =  $4 \times 100$  సెం.మీ.

2) అడుగులు, అంగుళాలు: 5 అడుగులు =  $5 \times 12$  అంగుళాలు

ఒక వేళ conversion సూత్రంలో గుణకారాలు, భాగాహారాలతో పాటు కూడికలు (+), తీసివేతలు (-) కూడా ఉంటే ప్రమాణాల ప్రభావం కేవలం అంకమధ్యమంపై మాత్రమే ఉండదు. గుణమధ్యమం, హారాత్మక మధ్యమాలపై ఆ ప్రమాణాల ప్రభావం ఉంటుంది.

ఉదా: డిగ్రీ ఫారెన్ హీట్లు, డిగ్రీ సెంటీగ్రేడ్లు.

$$F = 32 + \frac{9}{5} \times C$$

ఈ conversion సూత్రంలో కూడిక, గుణకారం, భాగాహారం ఉన్నాయి. కాబట్టి ప్రమాణాల ప్రభావం గుణమధ్యమం, హారాత్మక మధ్యమం రెండింటిపైనా ఉంటుంది.

ఉదా: ఒక వసతి గృహంలో 100 మంది బాలురు ఉన్నారు. 20 మంది బాలురు వసతి గృహంలో అదనంగా చేరగా వసతి గృహం నిర్వహణకు ఒక రోజుకు అయ్యే ఖర్చు ₹ 400 పెరిగింది. ఒక్కో బాలుడికి ఒక్కో రోజుకి అయ్యే సగటు ఖర్చు ₹ 2.50 తగ్గింది. ఐతే ప్రస్తుతం ఆ వసతి గృహ నిర్వహణకు ఒక నెలకు అయ్యే మొత్తం ఖర్చు ఎంత?

సమాధానం: వసతి గృహంలో 100 మంది బాలురు ఉన్నప్పుడు ఒక్కో బాలుడికి ఒక్కో రోజుకి అయ్యే సగటు ఖర్చు = ₹ X అనుకుందాం. అప్పుడు ఒక రోజుకు వసతి గృహ నిర్వహణకు అయ్యే మొత్తం ఖర్చు = ₹ 100X

దత్తాంశం ప్రకారం, 20 మంది అదనంగా చేరిన తర్వాత వసతిగృహ నిర్వహణకు రోజుకి అయ్యే ఖర్చు ₹ 100X + 400, అదే విధంగా ఒక్కో విద్యార్థికి ఒక్కో రోజుకి అయ్యే సగటు ఖర్చు = ₹ X - 2.50 ..... (1)

$$\Rightarrow 120 \text{ మంది బాలురకు ఒక రోజుకు మొత్తం ఖర్చు} = \text{సగటు ఖర్చు} \times \text{విద్యార్థుల సంఖ్య}$$

$$= (X - 2.50) \times 120 = 120X - 300$$

$$\text{కానీ } 120X - 300 = 100X + 400 \text{ కావాలి.}$$

$$\Rightarrow 120x - 100x = 400 + 300$$

$$\Rightarrow 20x = 700 \quad \Rightarrow x = 35$$

ఇప్పుడు (1) నుంచి 120 మంది ఉన్నప్పుడు ఒక్కో విద్యార్థికి ఒక్కో రోజుకు అయ్యే సగటు ఖర్చు =  
 $35 - 2.50 = ₹ 32.50$

$\Rightarrow$  వసతిగృహం నిర్వహణకు ఒక నెలకు అయ్యే మొత్తం ఖర్చు

= సగటు ఖర్చు  $\times$  విద్యార్థుల సంఖ్య  $\times$  రోజుల సంఖ్య

$$= 32.50 \times 120 \times 30 = ₹ 1,17,000$$

$\therefore$  ప్రస్తుతం వసతిగృహ నిర్వహణకు ఒక నెలకు అయ్యే మొత్తం ఖర్చు = ₹ 1,17,000

Wyoma.net